

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
4	1	4	35	14	12	1	7	5	1	4	5	5	1
15	16	17	18										
6	2	8	1										

第壹部分：選擇題

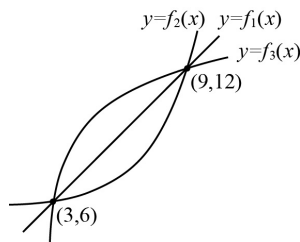
一、單選題

1. 可分兩天、三天或四天有值日生討論：
兩天有值日生(僅二四有值日生)：
 $4 \times 3 = 12$ 種，
三天有值日生(僅一三五有值日生)：
 $4 \times 3 \times 2 = 24$ 種，
四天有值日生(一二三四五任選四天)：
 $C_4^5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ 種，
 $12 + 120 + 24 = 156$ 種，
答案為(4)
2. 由一次因式檢驗法 x 代入 ± 1 、 ± 2 ，僅 $x=2$ 時 k 為整數且 $f(x)$ 恰有一實根，
得 $f(x) = (x-2)(x^2+kx+1)$ ，
因 $f(x)$ 僅有一實根，故 x^2+kx+1 無實數解
 $\Rightarrow k^2-4 < 0 \Rightarrow -2 < k < 2$ ，
又因 k 為整數，故 k 最小值為 -1 ，
答案為(1)
3. 1 到 10^n 共有 10^n 個數，其中不含 3 的有 9^n ，
故得到式子 $1 - \frac{9^n}{10^n} > \frac{4}{5} \Rightarrow (\frac{9}{10})^n < \frac{1}{5} \Rightarrow n \log \frac{9}{10} < \log \frac{1}{5}$
 $\Rightarrow n(-0.0458) < (-0.6990)$
 $\Rightarrow n > 15.2620$
 $\Rightarrow n$ 最小值為 16
答案為(4)

二、多選題

4. (1) \times a_n 為收斂且 $\frac{1}{n}$ 為收斂，故 $a_n + \frac{1}{n}$ 收斂
(2) \times 設 $a_n = a_1 r^{n-1}$ ，則 $2^n a_n$ 為公比 $2r$ 的等比數列，
因 $0 < 2r < 1$ ，故 $2^n a_n$ 收斂
(3) \circ 設 $a_n = a_1 r^{n-1}$ ，得
 $\log a_n = \log a_1 r^{n-1} = \log a_1 + (n-1) \log r \rightarrow -\infty$
(4) \times $(-1)^n a_n$ 為公比 $-r$ 的等比數列，
且 $-\frac{1}{2} < -r < 0$ ，故 $(-1)^n a_n$ 收斂
(5) \circ 同(3)， $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k a_k$ 為公比 $-r$ 的等比級數，
且 $-\frac{1}{2} < -r < 0$ ，故 $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k a_k$ 收斂
5. (1) \circ 得 $a = \frac{c+b}{2}$ ，故 A 為 B 、 C 的中點
(2) \times 當 $a = -1$ 、 $b = 0$ 時為其中一個反例
(3) \times $\frac{|c-a|}{|b-c|} = 2 \Rightarrow C$ 與 A 的距離： C 與 B 的距離 $= 2:1$
 C 可能在 \overline{AB} 上或靠近 B 的那一側
(4) \circ C 為 A 、 B 的中點 $\Rightarrow c = \frac{a+b}{2} \Rightarrow c > \sqrt{ab}$
 $\Rightarrow c^2 > ab \Rightarrow c^2 - ab > 0$
(5) \times $|x-a| + |x-b| = b-a$ 的解為 $a \leq x \leq b$

6. 已知底數 $k > 1$ ，故三圖形分別為直線、凹向上、凹向下的圖形。又知三圖形恰有兩交點，如圖：



得 $f_3(6) > f_1(6) > f_2(6)$ 、 $f_2(12) > f_1(12) > f_3(12)$ ，
故選(1)(2)

7. (1) \circ 由附表 2 得知「支持 B 擔任市長」中國中學歷佔了 52%
(2)(3) \times 題目沒給「支持 A 擔任市長」與「支持 B 擔任市長」的人數，故無法判斷
(4) \times 題目沒有說明「支持 A 擔任市長」與「支持 B 擔任市長」各為 250 人，故無法判斷
(5) \times 若支持 A 市長的人較多，有可能是碩博畢佔為最多數

三、選填題

- A. 設題目所求投影點為 H ，

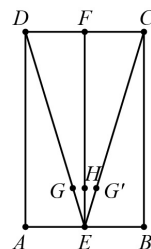
\overrightarrow{GH} 與 \overrightarrow{EC} 交於 G' ，

如圖，因 $\overrightarrow{EG'} = \frac{1}{5} \overrightarrow{EC} = (\frac{24}{5}, \frac{-7}{5})$ ，

又 $\overrightarrow{EH} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{EG'}) = (\frac{2}{5}, \frac{4}{5})$ ，

故 $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{EH}$

$$= (1, 2) + (\frac{2}{5}, \frac{4}{5}) = (\frac{7}{5}, \frac{14}{5})$$



- B. 第 k 支為非中獎籤且第 $k+1$ 支與第 $k-1$ 支為中獎籤的機率為 $\frac{m \times (50-m) \times (m-1)}{50 \times 49 \times 48}$ ，得

$$f(m) = m(50-m)(m-1) = -m^3 + 51m^2 - 50m$$

故 $b = 51$

- C.

	(a, b) 與 (c, d) 可能為	(a, b, c, d) 的組合數
$ad = bc = 1$	$(1, 1)$	$1 \times 1 = 1$
$ad = bc = 2$	$(1, 2)$ 、 $(2, 1)$	$2 \times 2 = 4$
$ad = bc = 4$	$(1, 4)$ 、 $(2, 2)$ 、 $(4, 1)$	$3 \times 3 = 9$
$ad = bc = 8$	$(4, 2)$ 、 $(2, 4)$	$2 \times 2 = 4$
$ad = bc = 16$	$(4, 4)$	$1 \times 1 = 1$

$$P(\text{恰有一組解}) = P(ad \neq bc) = 1 - P(ad = bc)$$

$$= 1 - \frac{1+4+9+4+1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{62}{81}$$

第貳部分：非選擇題

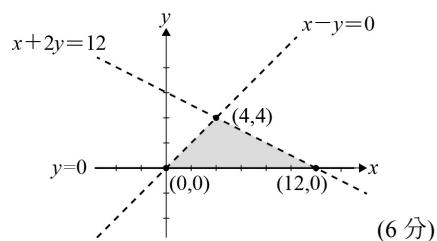
- 一、(1) 如下圖 (2) 24 (3) 15

【詳解】

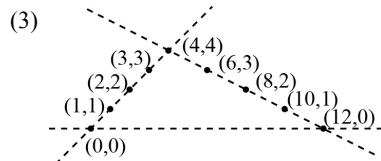
- (1) 底數與真數皆大於 0
 $\Rightarrow y > 0$ ，故底數比 1 大(沒寫出此句或沒寫出 $y+1 > 1$ 扣 1 分)
 $\Rightarrow 12 - 2y > x > y > 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} 12-2y > x \\ x > y \\ y > 0 \end{cases}$$

故該圖形會圍成一個三角形如下圖(不含邊界)



(2) 如上圖：故面積為 $\frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24$ (3 分)



(圖形有標示座標或者有代入方程組寫出正確過程佔 2 分)

當 $y=1$ 時 $x=2, 3, \dots, 9$,

當 $y=2$ 時 $x=3, 4, \dots, 7$,

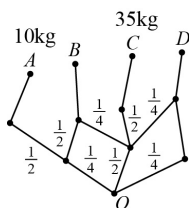
當 $y=3$ 時 $x=4, 5$,

共有 $8+5+2=15$ 組解。(算出正確答案佔 3 分)

二、(1) 10 (2) $\frac{925}{4}$

【詳解】

(1) 如圖，



設 X 為取得的黃金公斤數，可得機率質量函數表：

	A	B	C	D
X	10	0	35	0
p	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

(有畫出機率質量函數表佔 1 分)

(隨機變數 X 對應的機率有算出佔 2 分)

$$E(X) = 10 \times \frac{1}{8} + 0 \times \frac{1}{4} + 35 \times \frac{1}{4} + 0 \times \frac{3}{8} = 10$$

(有列出期望值式子佔 2 分)

(算出正確答案佔 2 分)

$$\begin{aligned} (2) \text{Var}(x) &= (10-10)^2 \times \frac{1}{8} + (0-10)^2 \times \frac{1}{4} + (35-10)^2 \times \frac{1}{4} \\ &\quad + (0-10)^2 \times \frac{3}{8} \\ &= \frac{875}{4} \end{aligned}$$

(有列出標準差的式子佔 2 分)

(算出正確答案佔 3 分)