

全國公私立高級中學

107 學年度指定科目第六次聯合模擬考試

考試日期：108 年 4 月 10~11 日

數學甲

— 作答注意事項 —

考試時間：80 分鐘

- 作答方式：
- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
 - 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
 - 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
 - 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\frac{3}{\square}$ 與第 19 列的 $\frac{\square}{8}$ 畫記，如：

18	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\blacksquare}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{\pm}{\square}$
19	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\blacksquare}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{\pm}{\square}$

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在

答案卡的第 20 列的 $\frac{-}{\square}$ 與第 21 列的 $\frac{7}{\square}$ 畫記，如：

20	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\blacksquare}$	$\frac{\pm}{\square}$
21	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\blacksquare}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{\pm}{\square}$

第壹部分：選擇題(單選題、多選題及選填題共占 76 分)

一、單選題(占 24 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 若橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{k} = 1$ 的一個焦點是 $(0, 2)$ ，則 $k = ?$
 - (1) 12
 - (2) 14
 - (3) 16
 - (4) 18
 - (5) 20

2. 求直線 $L: 3x + 4y = 108$ 在第一象限內有幾個格子點？
 - (1) 7
 - (2) 8
 - (3) 9
 - (4) 10
 - (5) 11

3. 試問下列三數的大小關係 $a=0.5^5$ 、 $b=5^{0.5}$ 、 $c=\log_{0.5} 5$ ？

(1) $a < b < c$

(2) $c < b < a$

(3) $c < a < b$

(4) $b < a < c$

(5) $a < c < b$

4. 設 $1-i$ 為方程式 $x^2+ax+(3-i)=0$ 的一根，則 a 的值為何？

(1) -3

(2) -2

(3) $-1-i$

(4) 2

(5) 3

二、多選題(占 24 分)

說明：第 5 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 關於空間中的敘述，下列哪些正確？

- (1) 任意兩條相異直線必存在公垂線
- (2) 兩歪斜線在同一平面的正射影為兩相交直線
- (3) 一直線及一點恰可決定一平面
- (4) 只有一個平面通過兩平行直線
- (5) 兩個相異且不平行的平面之交點一定會形成一直線

6. 丟擲一粒公正骰子 6 次，已知骰子上有紅色點數(1、4)與黑色點數(2、3、5、6)。令隨機變數 X 表示出現質數點數的次數， Y 表示出現紅色點數的次數。試問在每次的試驗皆為獨立的情形下，請選出正確的答案選項。

(1) $P((X=1) \cap (Y=5)) = \frac{1}{81}$

(2) 前兩次出現紅色點數，後四次出現黑色點數的機率為 $\frac{80}{243}$

(3) 前兩次出現質數點數，後四次出現黑色點數的機率為 $\frac{4}{81}$

(4) 6 次中出現紅色點數次數期望值為 2 次

(5) 6 次中出現質數點數次數標準差為 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 次

7. 下列關於各選項極限值的敘述，哪些是存在且等於 $\frac{1}{2}$ ？

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2n+3n+\cdots+n^2}{1+4+9+\cdots+n^2}$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

(3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} - 1}{x+1}$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x^2 - 2x}$

(5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{4x^2 + 1}}$

三、選填題(占 28 分)

說明：1. 第 A 至 D 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號(8-16)。

2. 每題完全答對給 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 一架空拍機自水平地面起飛後，分別在距離地面 300 公尺高的 A 、 B 、 C 三點處，觀測一棟建築物的樓頂。發現俯角皆為 60° ，若 $\angle ABC = 60^\circ$ 且 $\overline{AC} = 50$ 公尺，試問此建築物的高度為 8 9 10 公尺。

B. 已知 $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = (3, 10, -15)$ 、 $\vec{a} \times \vec{b} = (8, 4, -6)$ 及 $\vec{b} = (2, 2, 4)$ ，求由 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 三向量所展開的平行六面體體積 = ⑪⑫。

C. 試求 $\sqrt{3} \cdot (\csc 20^\circ + \sec 10^\circ) - (\sec 20^\circ + \csc 10^\circ)$ 的值 = ⑬。

D. 已知 a, b 為實數，且滿足 $\log(-a) + \log(-b) = \log 9$ ， $2^a \times 2^b = \frac{1}{64}$ ，則 $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ 之值 = ⑭⑮⑯。

——以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷——

第貳部分：非選擇題(占 24 分)

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、設 O 為複數平面上的原點，並令 A 、 B 兩點分別代表複數 $z_1 = 1 + ai$ ， $z_2 = b + 2i$ ， a ， b 皆為實數。若 $|z_1| = \sqrt{2}|z_2|$ ，且 $\frac{z_2}{z_1}$ 的主幅角為 $\frac{\pi}{4}$ 。

(1) 求數對 $(a, b) = ?$ (5 分)

(2) 三角形 OAB 的面積為何？(7 分)

二、設 A ， B 皆為 2×2 的矩陣，若滿足 $A + B = I_2$ (單位矩陣) 且 $B^2 - 4B = 2I_2$ ，試求

(1) $A^2 + 2A = ?$ (5 分)

(2) $A^4 + 3A^3 + A = ?$ (7 分)

題本中之圖文已竭力追溯版權，倘有疏漏不慎侵犯版權之處，煩請合法持有版權者與本公司聯絡，謹此致謝。

每道試題均有著作權

嚴禁影印、拷貝、轉賣或轉檔上網營利。