

# 全國公私立高級中學

## 107 學年度指定科目第六次聯合模擬考試

考試日期：108 年 4 月 10~11 日

### 數學乙

#### — 作答注意事項 —

考試時間：80 分鐘

- 作答方式：
- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
  - 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
  - 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
  - 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A，B，C，……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的  $\frac{3}{\square}$  與第 19 列的  $\frac{\square}{8}$  畫記，如：

18	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\blacksquare}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{\pm}{\square}$
19	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\blacksquare}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{\pm}{\square}$

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在

答案卡的第 20 列的  $\frac{-}{\square}$  與第 21 列的  $\frac{7}{\square}$  畫記，如：

20	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\blacksquare}$	$\frac{\pm}{\square}$
21	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\blacksquare}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{\pm}{\square}$

## 第壹部分：選擇題(單選題、多選題及選填題共占 74 分)

### 一、單選題(占 18 分)

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 老師想從四位學生中選出當週禮拜一至禮拜五的值日生，考量人力與工作內容的問題，有以下的限制：  
(甲) 當天若排值日生，只需要一位學生擔任。  
(乙) 一位學生一周最多只能當一次值日生。  
(丙) 最多可三天沒有安排值日生，但不得連續兩天皆沒有安排學生擔任值日生。  
則共有幾種安排方式？
  - (1) 120 種
  - (2) 132 種
  - (3) 144 種
  - (4) 156 種
  - (5) 168 種
  
2. 已知  $k$  為整數，三次多項式  $f(x) = x^3 + (k-2)x^2 + (1-2k)x - 2$ ，若  $f(x) = 0$  恰有一實根，且該實根為正有理數，則  $k$  的最小值為何？
  - (1) -1
  - (2) 0
  - (3) 1
  - (4) 2
  - (5) 3

3. 設  $n$  為正整數且從 1 到  $10^n$  中任選一個正整數，每個正整數被選出的機會均等且此正整數數字中含有 3 的機率大於  $\frac{4}{5}$ ，試求在此條件下的最小值  $n$  為？
- (1) 13
  - (2) 14
  - (3) 15
  - (4) 16
  - (5) 17

## 二、多選題(占 32 分)

說明：第 4 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 若  $\langle a_n \rangle$  為  $a_1 > 0$  且公比為  $r$  的等比數列，其中  $0 < r < \frac{1}{2}$ ，則下列哪些為正確的選項？
- (1)  $\langle a_n + \frac{1}{n} \rangle$  為發散
  - (2)  $\langle 2^n a_n \rangle$  為發散
  - (3)  $\langle \log a_n \rangle$  為發散
  - (4)  $\langle (-1)^n a_n \rangle$  為發散
  - (5)  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k a_k$  為收斂

5. 已知  $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$  為數線上相異三點，則下列敘述哪些正確？

- (1) 若  $c=2a-b$ ，則  $A$  為  $B$ 、 $C$  的中點
- (2) 若  $c=\frac{a+3b}{3}$ ，則  $C$  必不在  $A$ 、 $B$  之間
- (3) 若  $\frac{|c-a|}{|b-c|}=2$ ， $c=\frac{a+2b}{3}$
- (4) 若  $0<a<b$ ，且  $C$  為  $A$ 、 $B$  的中點，則  $c^2-ab>0$
- (5) 若  $0<a<b$ ，則恰有一解滿足  $|x-a|+|x-b|=b-a$

6. 給定三個函數： $f_1(x)=x+3$ 、 $f_2(x)=k^{x-a}+b$ 、 $f_3(x)=\log_k(x-c)+d$ ， $a,b,c,d\in R$ ，其中  $k=\sqrt[6]{3}$ 。已知三個函數皆通過  $(3,6)$ 、 $(9,12)$ ，請問下列敘述哪些正確？

- (1)  $f_1(6)>f_2(6)$
- (2)  $f_3(6)>f_2(6)$
- (3)  $f_2(6)>f_2(12)$
- (4)  $f_1(12)>f_2(12)$
- (5)  $f_3(12)>f_2(12)$

7. 已知某市要由 A 或 B 兩位市長候選人中選出市長，於選舉前由某公司電話抽樣調查該市 500 人的支持意向，並針對民調對象的學歷進行調查。表(1)為支持 A 擔任市長的人最高學歷比例，表(2)為支持 B 擔任市長的人最高學歷比例，請問下列敘述哪些正確？

表(1)		表(2)	
	支持 A 擔任市長		支持 B 擔任市長
國小	9%	國小	8%
國中	17%	國中	52%
高中	13%	高中	15%
大學	13%	大學	11%
碩士、博士	48%	碩士、博士	14%

- (1) 由該調查得知支持 B 擔任市長的人之中，有一半以上的人最高學歷為國中
- (2) 此次民調顯示這 500 人之中，兩人支持率是一樣的
- (3) 這 500 位之中最高學歷為碩士或博士的人，支持 A 的人比支持 B 的人多
- (4) 這 500 位之中最高學歷為高中或大學的人，支持 A 的人與支持 B 的人人數一樣
- (5) 這 500 位抽樣對象中，最高學歷為國中的佔為最多數

三、選填題(占 24 分)

說明：1. 第 A 至 C 題為選填題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（8-18）。  
2. 每題完全答對給 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 有一矩形  $ABCD$ ，其中  $E$  為  $\overline{AB}$  中點， $F$  為  $\overline{CD}$  中點，若  $E(1,2)$ 、 $C(25,-5)$  且  $\overline{ED}$  上有一點  $G(-3,5)$ ，則  $G$  在  $\overline{EF}$  上投影點為  $(\frac{\textcircled{8}}{\textcircled{9}}, \frac{\textcircled{10}\textcircled{11}}{\textcircled{12}})$ 。

- B. 已知 50 支籤中有  $m$  支是中獎籤，其中  $m$  為介於 2 到 49 之間的整數，今有 50 人依序各抽一支，若「第  $k$  支為非中獎籤且第  $k+1$  支與第  $k-1$  支為中獎籤」的機率為  $\frac{f(m)}{50 \times 49 \times 48}$ ，其中  $k$  為介於 2 到 49 之間的整數，其中  $f(m)$  可表示為  $m$  的三次多項式  $am^3 + bm^2 + cm + d$ ， $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ，則  $f(m)$  的二次項係數  $b = \underline{\textcircled{13}\textcircled{14}}$ 。

- C.  $\left\{ A \mid A = \begin{bmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 0 \end{bmatrix} \text{ 且 } a, b, c, d \in \{1, 2, 4\} \right\}$  中隨機抽取一個增廣矩陣  $A$ ，則該增廣矩陣  $A$  所代表的線性方程組為恰有一組解的機率為  $\frac{\textcircled{15}\textcircled{16}}{\textcircled{17}\textcircled{18}}$ 。

———以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷———

### 第貳部分：非選擇題(占 26 分)

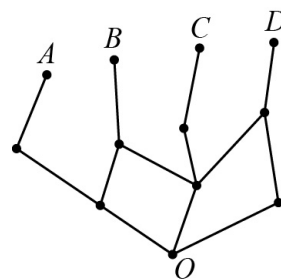
說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、在直角坐標系中考慮一不等式  $\log_{(y+1)}(12-2y) > \log_{(y+1)} x > \log_{(y+1)} y$ ，

- (1) 試在直角坐標系中畫出該不等式之區域。(6 分)
- (2) 試求該不等式於直角坐標系中所圍成的面積。(3 分)
- (3) 若點  $(x, y)$  中的  $x$ 、 $y$  為整數，則我們稱  $(x, y)$  為格子點，試問滿足該不等式中所有格子點的個數。(5 分)

二、今有一山洞裡共有  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四個終點如圖(1)，其中  $A$  處有 10 公斤的黃金， $C$  處有 35 公斤的黃金， $B$ 、 $D$  兩處則是沒有任何東西。今一冒險者從起點  $O$  開始探險尋找寶藏，只可往上走不可回頭走，走到終點即停止。若遇到雙叉路口時，以投擲一枚公正硬幣決定選擇的路，若出現正面選擇右邊的路；或出現反面選擇左邊的路。若遇到三叉路口時，以投擲兩枚公正硬幣決定，若出現兩次正面選擇右邊的路；或出現兩次反面選擇左邊的路；若出現一正一反擇選擇中間的路。假設隨機變數  $X$  為發現的黃金公斤數。

- (1) 試求  $X$  的期望值。(請用最簡分數表示)(7 分)
- (2) 試求  $X$  的變異數。(請用最簡分數表示)(5 分)



圖(1)

題本中之圖文已竭力追溯版權，倘有疏漏不慎侵犯版權之處，煩請合法持有版權者與本公司聯絡，謹此致謝。

每道試題均有著作權

嚴禁影印、拷貝、轉賣或轉檔上網營利。