

# 全國公私立高級中學

## 106 學年度指定科目第五次聯合模擬考試

考試日期：107 年 3 月 1~2 日

### 數學甲

#### — 作答注意事項 —

考試時間：80 分鐘

- 作答方式：
- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
  - 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
  - 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
  - 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的  $\frac{3}{\square}$  與第 19 列的  $\frac{\square}{8}$  畫記，如：

18	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\blacksquare}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{\pm}{\square}$
19	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\blacksquare}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{\pm}{\square}$

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在

答案卡的第 20 列的  $\frac{-}{\square}$  與第 21 列的  $\frac{7}{\square}$  畫記，如：

20	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\blacksquare}$	$\frac{\pm}{\square}$
21	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\blacksquare}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{\pm}{\square}$

## 第壹部分：選擇題(單選題、多選題及選填題共占 76 分)

### 一、單選題(占 24 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 由 1, 2, 3, 4, 5 五個數字所組成(數字可重複)的四位數中，含有奇數個 1 的共有？

- (1) 256 個
- (2) 260 個
- (3) 270 個
- (4) 272 個
- (5) 125 個

2. 在  $\triangle ABC$  中， $\angle C$  為直角，設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  分別是  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的對邊長且  $\sin A < \sin B$ ，下列哪一個選項恆成立？

- (1)  $b < a$
- (2)  $\cos A < \sin A$
- (3)  $\cos A < \sin B$
- (4)  $\sin A < \tan A$
- (5)  $\tan B < \tan A$

3. 擲一公正的硬幣 8 次的試驗中，令  $P_n$  代表恰出現  $n$  次正面的機率，若硬幣出現正面，稱為成功。下列選項何者正確？
- (1)  $P_4 = \frac{1}{2}$
  - (2)  $P_2 > P_6$
  - (3)  $P_0, P_1, \dots, P_8$  中最大值為  $P_0$
  - (4)  $P_0, P_1, \dots, P_8$  的平均值為 1
  - (5) 成功次數的期望值為 4
4. 同時投擲三顆公正骰子一次，若已知三顆點數的平均數為 3，則中位數也為 3 的機率為何？
- (1)  $\frac{25}{216}$
  - (2)  $\frac{13}{216}$
  - (3)  $\frac{12}{216}$
  - (4)  $\frac{12}{25}$
  - (5)  $\frac{13}{25}$

## 二、多選題(占 24 分)

說明：第 5 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 已知隨機變數  $X$ ，滿足期望值  $E(-2X+8)=-12$ ， $E(X^2)=121$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (1)  $E(X)=10$
- (2)  $E(X)=11$
- (3) 變異數  $Var(X)=21$
- (4)  $E(X^2)=[E(X)]^2$
- (5) 標準差  $\sigma_X=11$

6. 在  $\triangle ABC$  中，若  $a$ ， $b$  和  $c$  分別為三內角  $\angle A$ ， $\angle B$  和  $\angle C$  的對邊長，則下列哪些選項是正確的？

- (1) 若  $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，則  $\angle A = 60^\circ$
- (2) 若  $a^2 + b^2 > c^2$ ，則  $\triangle ABC$  為銳角三角形
- (3) 若  $2a \cdot \cos B = c$ ，則  $\triangle ABC$  為等腰三角形
- (4) 若  $\sin 2A = \sin 2B$ ，則  $\triangle ABC$  為等腰三角形
- (5) 若  $a^2 + b^2 < c^2$ ，則  $\triangle ABC$  為鈍角三角形

7. 設  $a, b$  皆為正整數，方程式  $f(x) = 5x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$  的根都是有理根且  $a - b = 4$ ，請選出正確的選項。
- (1)  $f(1) = 0$
  - (2)  $f(x) = 0$  無正根
  - (3)  $x + 1$  為  $f(x)$  的因式
  - (4)  $a = 11$
  - (5)  $f(x) = 0$  有重根

### 三、選填題(占 28 分)

說明：1. 第 A 至 D 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號(8-14)。

2. 每題完全答對給 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 在空間中，以  $\overline{AB}$  為共同邊的正三角形  $ABC$  及正方形  $ABDE$ ，若假設每邊長皆為 6，已知內積  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE} = 12$ ，則  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \underline{\textcircled{8}\textcircled{9}}$ 。

B. 小明將矩陣  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 2 & 3 & 1 & 11 \\ 3 & 1 & 2 & 11 \end{bmatrix}$  經過列運算後矩陣化成  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \alpha \\ 0 & 1 & 1 & \beta \\ 1 & 0 & 1 & \gamma \end{bmatrix}$ ，試問  $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma =$  ⑩⑪。

C. 若  $x, y$  皆為大於 0 且不等於 1 的實數，滿足  $\log_x 3 = \log_y 9 = \log_{x+y} 27$ ，則  $x - y =$  ⑫⑬。

D. 同時滿足  $z - \bar{z} = 8i$  (其中  $\bar{z}$  為  $z$  的共軛複數， $i = \sqrt{-1}$ ) 及  $|z - (3 + 5i)| = 1$  的複數  $z$ ，試問  $z$  的絕對值  $|z| =$  ⑭。

—————以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷—————

**第貳部分：非選擇題(占 24 分)**

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、平面上，兩相異直線方程式  $L_1: 2x + y = 3$ 、 $L_2: x + y = 1$  經由線性變換  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ，分別換成  $L'_1$

及  $L'_2$ 。

(1) 求  $L'_1$  的方程式。(5 分)

(2) 若  $L'_1$  和  $L'_2$  的夾角  $\alpha$ ，求  $\sin \alpha = ?$  (7 分)

二、設三平面  $E_1: 2x + y - z = 5$ ， $E_2: 2x + 3y + z = 11$ ， $E_3: x + 2y + z = k$  交於一直線  $L$ ，求：

(1) 實數  $k$  值？(5 分)

(2) 求點  $A(5, 0, 8)$  到直線  $L$  的最短距離？(7 分)

題本中之圖文已竭力追溯版權，倘有疏漏不慎侵犯版權之處，煩請合法持有版權者與本公司聯絡，謹此致謝。

每道試題均有著作權

嚴禁影印、拷貝、轉賣或轉檔上網營利。