

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
4	4	5	5	13	35	2345	3	0	6	0	-	1	5	

## 第壹部分：選擇題

## 一、單選題

- 恰三個 1  $\Rightarrow \square 111 \Rightarrow 4 \times \frac{4!}{3!} = 16$  (個)  
恰一個 1  $\Rightarrow \square \square \square 1 \Rightarrow 4^3 \times 4 = 256$  (個)  
共  $16 + 256 = 272$  個
- (1)  $\times$  :  $\sin A < \sin B \Rightarrow 2R \cdot \sin A < 2R \cdot \sin B \Rightarrow a < b$   
(2)  $\times$  :  $\angle A, \angle B$  皆為銳角  $\sin A < \sin B \Rightarrow \angle A < \angle B$   
又  $\angle A + \angle B = 90^\circ$   $\angle A < 45^\circ < \angle B \Rightarrow \cos A > \sin A$   
(3)  $\times$  :  $\angle A + \angle B = 90^\circ$  ,  $\cos A = \cos(90^\circ - B) = \sin B$   
(4)  $\circ$  :  $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} > \sin A$  ( $\because \cos A < 1$ )  
(5)  $\times$  :  $\angle A < 45^\circ < \angle B \Rightarrow \tan A < 1 < \tan B$
- (1)  $P_4 = C_4^8 \cdot (\frac{1}{2})^4 \cdot (\frac{1}{2})^4 \neq \frac{1}{2}$   
(2)  $P_2 = C_2^8 \cdot (\frac{1}{2})^2 \cdot (\frac{1}{2})^6$  ,  $P_6 = C_6^8 \cdot (\frac{1}{2})^6 \cdot (\frac{1}{2})^2$  , 故  $P_2 = P_6$   
(3)  $P_0, P_1, \dots, P_8$  中最大值為  $P_4$   
(4)  $P_0, P_1, \dots, P_8$  的平均值  $= \frac{P_0 + P_1 + \dots + P_8}{9} = \frac{1}{9}$   
(5) 成功次數的期望值為  $8 \cdot \frac{1}{2} = 4$
- 令  $A$  事件為平均數為 3 的事件,  $B$  事件為中位數為 3 的事件。  
 $A = \{(x, y, z) | x + y + z = 9, 1 \leq x, y, z \leq 6\}$   

$x$	1	2	3	4	5	6
$y$	2~6	1~6	1~5	1~4	1~3	1~2
$z$	6~2	6~1	5~1	4~1	3~1	2~1

  
共 25 種,  $P(A) = \frac{25}{216}$   
 $A \cap B \Rightarrow$  恰三個 3,  $\{3, 3, 3\}$  1 種  
恰一個 3,  $\{1, 3, 5\} \{2, 3, 4\}$  12 種, 共 13 種,  $P(A \cap B) = \frac{13}{216}$   
 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{13}{25}$

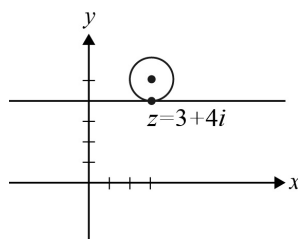
## 二、多選題

- (1)(2)  $E(-2X + 8) = -12 = -2E(X) + 8 \Rightarrow E(X) = 10$   
(3)  $Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = 121 - 10^2 = 21$   
(4)  $E(X^2) = 121, [E(X)]^2 = 100 \Rightarrow E(X^2) \neq [E(X)]^2$   
(5)  $\sigma_x^2 = Var(X) = 21 \Rightarrow \sigma_x = \sqrt{21}$
- (1)  $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$  則  $\angle A = 60^\circ$  或  $120^\circ$   
(2) 若  $a^2 + b^2 > c^2$  則  $\angle C < 90^\circ$  , 但  $\triangle ABC$  可能為鈍角三角形  
(3) 由餘弦定理知  $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$  代入  $2a \cdot \cos B = c$   
 $\Rightarrow 2a \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = c$  , 整理得  $a^2 = b^2$  即  $a = b$   
則  $\triangle ABC$  為等腰三角形  
(4)  $\angle A = 60^\circ$  、  $\angle B = 30^\circ$  ,  $\angle C = 90^\circ$  滿足  $\sin 2A = \sin 2B$  ,  
但  $\triangle ABC$  不為等腰三角形  
(5) 若  $a^2 + b^2 < c^2$  ,  $\angle C > 90^\circ \Rightarrow \triangle ABC$  為鈍角三角形

- (1)  $\times$  :  $f(1) = 6 + a + b > 0$   
(2) 當  $x > 0$  ,  $f(x) > 0$  恆正, 故無正根  
(3)  $f(-1) = a - b - 4 = 0$  , 故  $x + 1$  為  $f(x)$  的因式  
(4)(5)  $f(x) = 0$  的根都是有理根,  
故可能為  $x + 1$  、  $x - 1$  、  $5x + 1$  、  $5x - 1$  但無正根  
 $f(x) = (x + 1)(5x^2 + (a - 5)x + 1) = (x + 1)(x + 1)(5x + 1)$  ,  
得  $a = 11$  且  $f(x) = 0$  有重根

## 三、選填題

- $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED})$   
 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{ED} = 12 + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 12 + 6 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ = 30$
- $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 2 & 3 & 1 & 11 \\ 3 & 1 & 2 & 11 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 6 & 6 & 36 \\ 2 & 3 & 1 & 11 \\ 3 & 1 & 2 & 11 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 11 \\ 3 & 1 & 2 & 11 \end{bmatrix}$   
 $\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & -9 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  ,  
故  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$  ,  $\alpha = 3, \beta = 5, \gamma = 4$  ,  $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma = 60$
- $\because \log_x 3 = \log_y 9 = \log_{xy} 27$   
 $\therefore \log_3 x = \log_9 y = \log_{27} (x + y) = t$   
 $\Rightarrow 3^t = x$  ,  $9^t = y = x^2$  ,  $27^t = x + y = x^3$   
 $x + x^2 = x^3 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow y - x = 1$  ,  $x - y = -1$
- 設  $z = x + yi (x, y \in R)$  ,  $\bar{z} = x - yi$   $z - \bar{z} = 8i \Rightarrow y = 4$   
即複數平面上直線  $y = 4$  ,  
 $|z - (3 + 5i)| = 1$  即以  $3 + 5i$  為圓心, 半徑為 1 的圓上,



如圖兩圖形交於點  $3 + 4i$  , 故  $|z| = |3 + 4i| = 5$

## 第貳部分：非選擇題

- (1)  $L_1: 2x + y = 3$  及  $L_2: x + y = 1$  的交點  $A(2, -1)$   
 $L_1: 2x + y = 3$  上任取二點  $A(2, -1)$  、  $B(1, 1)$   
經變換  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  後  $A'(5, 1)$  、  $B'(4, 2)$  (3 分)  
 $L_1': \frac{y-1}{x-5} = \frac{1-2}{5-4} \Rightarrow x + y = 6$  (2 分)
- (2)  $L_2: x + y = 1$  上任取二點  $A(2, -1)$  、  $C(1, 0)$   
經變換  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  後  $A'(5, 1)$  、  $C'(3, 1)$   $L_2': y = 1$  (3 分)  
畫圖可得  $L_1'$  及  $L_2'$  的夾角  $45^\circ$  或  $135^\circ$  (2 分),  
故  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$  (2 分)

二、(1)  $\because$  三平面交於一直線，故有無限多組解  
( $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0$ ) (2 分)

$$\begin{vmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 11 & 3 & 1 \\ k & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0, \text{ 求得 } k = 7 \text{ (3 分)}$$

$$(2) \begin{cases} 2x + y - z = 5 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2x + 3y + z = 11 \cdots \cdots \textcircled{2} \text{ 代表一直線,} \\ x + 2y + z = 7 \cdots \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

將 $\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 得  $x + y = 4$  ,

$$\text{故可假設此直線 } L: \begin{cases} x = t \\ y = 4 - t, t \in R, \\ z = t - 1 \end{cases}$$

設  $P(t, 4-t, t-1)$  在此直線  $L$  上。(2 分)

$$\begin{aligned} \overline{AP} &= \sqrt{(t-5)^2 + (4-t)^2 + (t-9)^2} \\ &= \sqrt{3t^2 - 36t + 122} = \sqrt{3(t-6)^2 + 14} \text{ (3 分)} \end{aligned}$$

當  $t = 6$  時，有最小值  $\sqrt{14}$  , (2 分)

即點  $A(5, 0, 8)$  到直線  $L$  的最短距離  $\sqrt{14}$