

108 學年度全國高級中學
學科能力測驗模擬考試
數學考科

—作答注意事項—

考試範圍：第一～二冊全

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 5 題，多選題 7 題，選填題第 A 至 H 題共 8 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記，請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{(18)}{(19)}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\frac{3}{}$ 與第 19 列的 $\frac{}{8}$ 畫記，如：

| | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 18 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - | ± |
| 19 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - | ± |

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 \square 與第 21 列的 \square 畫記，如：

| | | | | | | | | | | | | |
|----|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 20 | <input type="text" value="1"/> | <input type="text" value="2"/> | <input type="text" value="3"/> | <input type="text" value="4"/> | <input type="text" value="5"/> | <input type="text" value="6"/> | <input type="text" value="7"/> | <input type="text" value="8"/> | <input type="text" value="9"/> | <input type="text" value="0"/> | <input type="text" value="-"/> | <input type="text" value="+"/> |
| 21 | <input type="text" value="1"/> | <input type="text" value="2"/> | <input type="text" value="3"/> | <input type="text" value="4"/> | <input type="text" value="5"/> | <input type="text" value="6"/> | <input type="text" value="7"/> | <input type="text" value="8"/> | <input type="text" value="9"/> | <input type="text" value="0"/> | <input type="text" value="-"/> | <input type="text" value="+"/> |

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

祝考試順利



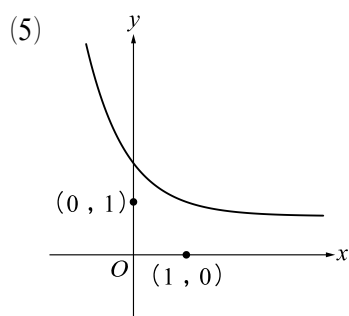
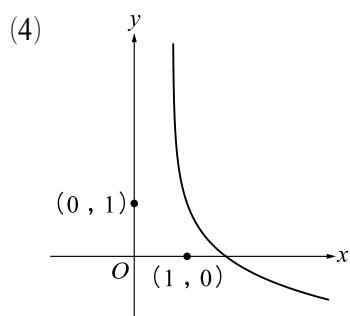
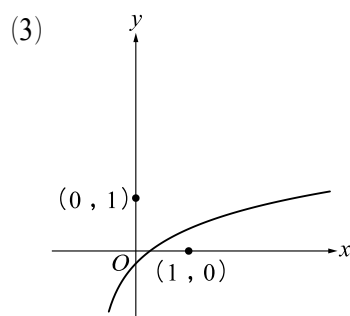
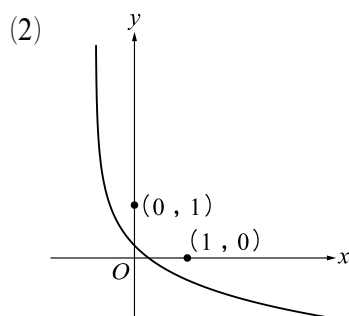
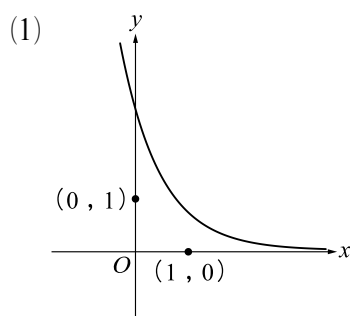
版權所有・翻印必究

第壹部分：選擇題（占 60 分）

一、單選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設 a 、 b 為實數，令 $f(x)=x^3+ax^2+bx+4$ ，且 $f(1+i)=0$ ，則 $f(x)=0$ 的實根為何？
 - (1) 4
 - (2) 2
 - (3) 1
 - (4) -1
 - (5) -2
2. 在等差數列 $\langle a_n \rangle$ 中， $a_1 = -2012$ ，其前 n 項和為 S_n ，若 $\frac{S_{12}}{12} - \frac{S_{10}}{10} = 2$ ，則 S_{2012} 的值等於？
 - (1) -2011
 - (2) -2012
 - (3) -2010
 - (4) -2013
 - (5) -2014
3. 已知 $A(3, 2)$ 是對數函數 $y = \log_a x$ 上的一點，若 $f(x) = \log_{(2-a)}(x+a-1)$ ，試問下列何者可能是 $y=f(x)$ 的圖形？



4. 已知 $100^{|k|} < 12^{10}$ ，試問符合條件的整數 k 有多少個？
- (1) 6
 - (2) 10
 - (3) 11
 - (4) 13
 - (5) 25
5. 將 13 個相同大小之饅頭分給甲、乙、丙三人，使每人皆得奇數個之分法有幾種？
- (1) 5
 - (2) 6
 - (3) 13
 - (4) 21
 - (5) 56

二、多選題（占 35 分）

說明：第 6 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6. 方程式 $3x^3 + 9x^2 + 4x - 1 = 0$ 在下列哪些連續整數之間有實根？
- (1) -3 和 -2
 - (2) -2 和 -1
 - (3) -1 和 0
 - (4) 0 和 1
 - (5) 1 和 2

7. 某市舉辦馬拉松路跑比賽，甲、乙、丙三人相約挑戰全程馬拉松(42.195 公里)，此比賽限時 6 小時，參賽者需配戴最新的電子手環，上面記載跑步距離、花費時間、平均時速共三種資訊，且只會在時間終了(6 小時)或到達終點 (42.195 公里)時停止計算。例如下面是其中兩種記錄結果：

跑步距離 30 公里、花費時間 6 小時、平均時速 5 公里 / 小時

跑步距離 42.195 公里、花費時間 3 小時、平均時速 14.065 公里 / 小時

比賽結束後三人談論起這次的比賽成績。

甲說：我這次的平均時速只有 4 公里 / 小時

乙說：我比甲好一點，我的平均時速是 6.5 公里 / 小時

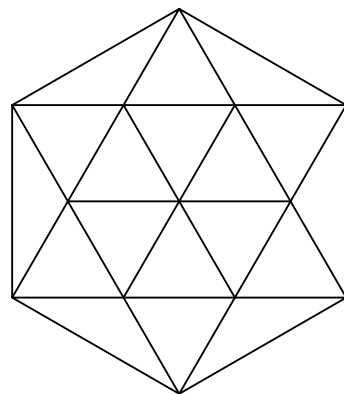
丙說：哇！甲和我的距離差加上乙和我的距離差大於全程的一半耶！

請依上列敘述，選出下列正確的選項。

- (1) 甲跑不到一半
 - (2) 乙的跑步距離比甲的跑步距離長
 - (3) 若丙的平均時速為 7.5 公里 / 小時，則丙有跑完全程
 - (4) 若丙是三人中跑步距離最短的，則丙跑不到一半
 - (5) 若丙是三人中跑步距離最長的，則丙有跑完全程
8. 設 $f(x) = 2 \times \frac{(x-2)(x-3)}{(1-2)(1-3)} + 4 \times \frac{(x-1)(x-3)}{(2-1)(2-3)} + 6 \times \frac{(x-1)(x-2)}{(3-1)(3-2)}$ ， $g(x)$ 是一個實係數三次多項式，且 $g(x)$ 除以 $(x-1)$ 、 $(x-2)$ 、 $(x-3)$ 的餘式分別為 2、4、6，試問下列敘述哪些正確？
- (1) $f(4) = 8$
 - (2) $g(4) = 8$
 - (3) $g(x)$ 是 $f(x)$ 的倍式
 - (4) $g(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 的餘式為 $f(x)$
 - (5) 令 $h(x) = g(x) - f(x)$ ，則 $h(x) = 0$ 必有三個實根

9. 如右圖，由正六角形及若干對角線做成，將其中全等的三角形看成一類，接著算出每一類中三角形的個數，相加可得到其中三角形的總數。設類數為 a ，三角形的總數為 N ，則

- (1) $a = 6$
- (2) N 為 4 的倍數
- (3) N 為 5 的倍數
- (4) N 為 7 的倍數
- (5) N 為 11 的倍數



10. 下列各敘述何者為真？

- (1) $(a+b)^{100}$ 的展開式中不同類項共有 100 項
- (2) 設集合 A 有 n 個元素，則 A 有 $2^n - 1$ 個相異的子集合
- (3) 設 $n \in N$ ，若 $C_{12}^n = C_{18}^n$ ，則 $P_2^n = 870$
- (4) $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{10}$ 展開式中常數項為 0
- (5) 平面上有五個相異的定點，其中任三點都不共線，則此五點可連成 20 條直線

11. 下表為我國 107 年依教育程度針對勞動力人數、失業率所作的百分比統計表：

| 107 年 | 教育程度 | | | |
|----------|-------|-------|--------|-------|
| | 國中及以下 | 高中(職) | 大學(專科) | 研究所以上 |
| 勞動力人數(%) | 16.6 | 32.4 | 42.9 | 8.1 |
| 失業率(%) | 3.0 | 3.6 | 4.0 | 2.9 |

試問下列敘述何者正確？

- (1) 教育程度在大學(專科)的失業率最高
- (2) 教育程度在大學(專科)及以上的失業率為 6.9 %
- (3) 教育程度在高中(職)及以下的失業率為 6.6 %
- (4) 大學(專科)及以上的失業率比高中(職)及以下的失業率高
- (5) 各階段教育程度的勞動力人數(%)與該階段的失業率(%)成正相關

12. 已知某次測驗的成績，最低 10 分，最高 80 分，平均數是 45 分，標準差是 5 分，及格分數

為 60 分；為減少學生的挫折感，老師決定利用線性變換 $y = 4\left(\frac{x-45}{5}\right) + 60$ 來調整分數，

其中 x 代表原始分數， y 代表調整後分數，請問下列何者正確？

- (1) 調整後的平均數為 60 分
- (2) 調整後的標準差為 4 分
- (3) 調整後的成績，有一半的同學及格
- (4) 調整後的成績比調整前的成績容易看出每個同學成績間的差距
- (5) 調整前後的分數， x ， y 的相關係數等於 1

第貳部分：選填題（占 40 分）

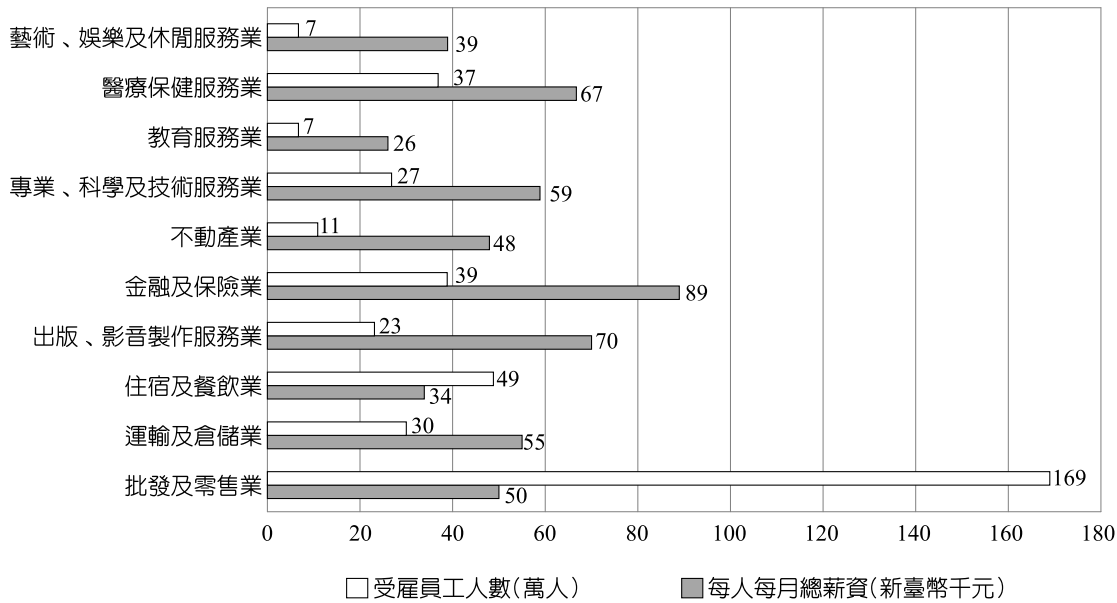
說明：1.第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(13–33)。
2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 已知 a 為實數，若 $(x+1)(x-3)(x^2+ax+4)<0$ 的解為 $-1<x<3$ ，則 a 的範圍為 ⑬⑭ $<a<$ ⑮。
- B. 甲、乙、丙三人依序輪流朝一靶面射擊一槍，三人的命中率分別為 0.8，0.5，0.3，且不會互相影響，則至少要射擊 ⑯ 發，才能保證靶面至少命中 1 發的機率大於 99 %。
- C. 設 a 、 b 、 x 是實數，已知 $|2x-a|\geq b$ 的解為 $x\leq -2$ 或 $x\geq 6$ ，求二次函數 $f(x)=-2x^2+ax+b$ 的最大值為 ⑰⑱。
- D. 若 A 為 $y=2^x$ 上一點， B 、 C 為 $y=2^{x-3}$ 上相異兩點，已知 \overline{AB} 平行 x 軸， \overline{AC} 平行 y 軸，且 $\triangle ABC$ 的面積為 21，則 B 點坐標為 (⑲，⑳㉑)。
- E. 某資安公司宣稱其開發的防毒軟體偵測準確率達 99.5 %，即當下載檔案時，如果帶有病毒，電腦有 99.5 % 的機率會偵測到並發出警告，但同時電腦也有 0.5 % 的機率將沒有病毒的檔案誤判而發出警告；經統計平均每下載 150 個檔案，就會有 1 個檔案帶有病毒，則當電腦發出病毒入侵警告時，真的有病毒入侵電腦的機率為 $\frac{⑳㉓㉔}{㉕㉖㉗}$ 。(化為最簡分數)

F. 數列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 有關係式 $\log_{n+1} a_n = 1 + \frac{1}{(n+1)\log(n+1)}$ ，若 $\frac{a_n}{n+1} < 1.6$ ，則自然數 n 之最小值為 28。

G. 某新聞報導：「行星撞地球即將發生？根據美國太空總署(NASA)新數據指出，一顆直徑約 1100 英呎的巨大小行星，正持續朝地球靠近，有機會於 2029 年撞擊地球，並釋放出 11 萬 4000 顆廣島原子彈的能量。……」目前國際使用芮氏規模來表示地震強度，假設發生芮氏規模 M 的地震時，地震震央所釋放出的能量為 E (焦耳)，其公式為： $\log E = 4.8 + 1.5M$ 。已知一顆廣島原子彈所釋放的能量約相當於芮氏規模 6.2 的地震，若只以能量觀點來看，上述新聞中的小行星若真的撞擊地球，所釋放的能量約相當於芮氏規模 29.30 的地震。
(四捨五入至小數點後第一位，已知 $\log 1.14 \approx 0.057$)

H. 下表是 107 年服務業各行業別的受雇員工人數及每人每月總薪資統計表



已知小強 107 年的薪資多過 50 千元，則小強是從事運輸及倉儲業的機率是 $\frac{\textcircled{31}}{\textcircled{32}\textcircled{33}}$ 。
(化為最簡分數)

參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解： $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

2. 以 α, β 為兩根的一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的根與係數關係：

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a} \text{ 及 } \alpha\beta=\frac{c}{a}$$

3. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S=\frac{n(2a+(n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和為 $S=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - n\mu_X^2 \right)}$$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，相關係數 $r_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$